

Evaluación de curvas de perfil para *Tectona grandis L.* con errores correlacionados en la Unidad Experimental Reserva Forestal de Caparo Venezuela.

Evaluation of profile curves for *Tectona grandis L.* with correlated errors in Experimental Unit of Caparo Forest Reserve- Venezuela.

Mora de Pinto, Elba Marina¹ y Mora Garcés Argenis²

¹Departamento de Cartografía Métodos y Técnicas, Escuela de Geografía. E-mail: emmora@ula.ve.. ²Grupo de Investigación Genética y Silvicultura- Instituto de Investigaciones para el Desarrollo Forestal. Facultad de Ciencias Forestales y Ambientales. E-mail: amora@ula.ve.

RESUMEN.

Se evalúan dos modelos fustales para ser utilizados en *Tectona grandis L.* en la Unidad Experimental Reserva Forestal de Caparo Venezuela. Los modelos ajustados corresponden a los propuestos por Kozak (1988) y por Pérez et al (1990), utilizando para el ajuste una muestra de 100 individuos con una edad aproximada de plantación de 25 años.

La validación de estimación de diámetros, se realizó utilizando el sesgo promedio y el error cuadrático de predicción para una muestra de 65 árboles.

Al momento de evaluar los modelos se consideró la estructura de dependencia autorregresivo de primer orden entre las mediciones del diámetro a lo largo del fuste de la Teca. La estimación de parámetros de los modelos se realizó por el método de los mínimos cuadrados y por máxima verosimilitud. Finalmente se encontró que desde el punto de vista de la proporción explicada por ambos modelos por máxima verosimilitud, el de Kozak (1988) supera al propuesto por Pérez et al (1990), pero desde el punto de vista de precisión en el ajuste, el modelo de Pérez et, al es ligeramente más preciso en la estimación del diámetro a cualquier altura del fuste.

Palabras claves: Curvas de perfil, *Tectona grandis L.*, errores correlacionados.

ABSTRACT.

An evaluation was made of two stem profile models to be used for *Tectona grandis* L. in the Experimental Unit of the Caparo Forestry Reserve in Venezuela. The adapted models were those proposed by Kozak (1998) and Pérez *et al.* (1990), using a sample of 100 individuals with an approximate plantation age of 25 years. Diameter estimates were validated using average bias and quadratic prediction error for a sample of 65 trees.

When evaluating the models the dependence structure for diameter measurements along the length of the stem was taken into consideration. Estimates for the parameters of the models was made by minimum squares and closest approximation. From the point of view of proportion given by closest approximation, Kozak's model is better, but from the point of view of estimating the diameter at any given point on the stem, Pérez's model is slightly more precise.

Key words: Profile Curves, *Tectona grandis* L., correlated errors.

1. INTRODUCCIÓN.

Conocer el crecimiento diametral o longitudinal de los árboles de *Tectona grandis* L. ayuda a la toma de decisiones a la hora de implementar un manejo y facilita el cálculo del volumen de madera en un determinado momento en las plantaciones establecidas en la Reserva Forestal de Caparo en el Estado Barinas. Una de las vías para conocer el crecimiento diametral son las ecuaciones de perfil o también llamadas modelos fustales. Prodan *et al.* (1997) señala que las mismas son una herramienta estadística de uso corriente en la determinación de volúmenes de árboles y trozas; ya que permiten al usuario estimar tres características básicas de los árboles:

1. diámetro en cualquier punto del fuste.
2. Altura del fuste en que se encuentra un diámetro límite especificado.
3. Volumen entre dos puntos cualesquiera del fuste, o volumen hasta cualquier índice de utilización.

La variable dependiente de un modelo fustal es el diámetro a una altura dada (di), y la variable ó variables independientes vienen dadas por la altura (hi) o combinaciones entre éstas a la que se encuentra un cierto diámetro en el fuste.

Desde el siglo XIX se han estudiado métodos para expresar la forma del fuste de las especies arbóreas como función del diámetro y la altura. Con el desarrollo de las herramientas computacionales, se pasó de métodos gráficos a analíticos, desarrollándose en los últimos años numerosos modelos (Gray, 1956 citado por Prodan et al, 1997).

Demaerschalk y Kozak (1977) proponen una sistema dual de ecuaciones el cual permite de manera más precisa predecir el perfil del fuste o tronco completo ya que consideran los cambios en la forma del tronco. Concluyen que este sistema de ecuaciones modela de manera más real la forma del tallo y además que es fácilmente aplicable en la práctica ya que sólo necesita conocer la altura total, el diámetro en el punto de inflexión y disponer de herramientas de computación. Real y Moore (1986) presentan un modelo similar al de Bruce et al (1968), definen las mismas variables, pero presentan una combinación diferente de las X 's. Ambos modelos, Bruce et al (1968), Real y Moore (1986) muestran polinomios de alto grado con potencias que llegan hasta valores de 40, necesarias para asegurar un buen ajuste en la parte basal del fuste.

Kozak (1988) propone una nueva función continua de tipo exponencial para la forma del tallo, donde este exponente (c) es variable, y busca compensar las posibles formas de los sólidos a modelar. Este modelo fue desarrollado bajo el supuesto de que el fuste del árbol muestra diferentes formas geométricas, a saber, neloide en la base, paraboloides en la parte central y cónico en la parte superior. Por otra parte, este modelo permite además estimar el diámetro sobre corteza a diferentes alturas del tallo. Demaerschalk y Kozak (1977) sostienen que el cambio desde el neloide a paraboloides se produce a un porcentaje dado de la altura total del árbol (20-25%), al que llaman punto de inflexión.

Fowler y Rennie (1988) modificaron la ecuación propuesta por Kozak et al (1969), y la altura comercial del árbol (MHT) sustituyó a la altura total (HT) para ajustar curvas de perfil el tallo

Pérez et al (1990) desarrollaron una ecuación de perfil del tallo para *Pinus oocarpa Schiade*, en Honduras Central. El modelo estima la forma del tallo como una función de la altura total, diámetro a la altura de pecho y el diámetro relativo como una función continua usando exponentes variables para compensar la forma del árbol en diferentes secciones del fuste. Se proponen dos modelos exponenciales donde el primero de ellos estima el exponente c con 5 parámetros y el segundo con tres parámetros, para predecir diámetro con corteza con un error estándar de 1.4 cm, y se obtuvieron a partir de la ecuación original desarrollada por Kozak (1988).

Trincado et al (1996) compararon ecuaciones del perfil del tallo para *Quercus robur L.*, usando la altura máxima en la base de la copa en lugar de la altura total. Los diámetros con corteza fueron medidos a diferentes secciones del tallo, 0.10, 1.30, 2.10, 4.10, 6.10, m por encima del suelo. A cada una de éstas mediciones se le restó el diámetro en la base de la copa, así que con los datos transformados el diámetro en la base de la copa es cero generando compatibilidad con las ecuaciones de perfil.

Se ajustaron diferentes modelos a los datos transformado y se compararon con base a su capacidad para estimar volúmenes, diámetros máximos a diferentes alturas a lo largo del tallo; usando para ello el error estándar de estimación y el sesgo promedio.

Davel y Trincado (2000) evalúan diferentes modelos fustales para ser utilizados en *Pseudotsuga menziesii* en la Patagonia Andina Argentina. Los modelos evaluados corresponden a los propuestos por Bruce et al (1968), Real y Moore (1986), Kozak (1988) y Pérez et al (1990). Se analizó el comportamiento de cada uno de ellos para el total del fuste y para diferentes porciones del mismo: finalmente, la evaluación realizada indica que los mejores modelos correspondieron a los de Kozak (1988) y Bruce et al (1968).

Williams y Riech (1996), realizaron un estudio acerca de la estructura de correlación que mostraban los residuales de un conjunto de ecuaciones de perfil, se estimaron sus parámetros usando el método de máxima verosimilitud y se probó la significancia estadística de la correlación entre los errores. Se encontró

un pequeño pero significativo sesgo promedio (bias) cuando no se consideró la correlación entre los errores.

Tasissa y Burkhart (1997), modelaron la forma del tallo en pino loblolly considerando las correlaciones entre las mediciones y encontraron que la estructura autorregresiva de primer orden AR(1) para la matriz de covarianza explicaba mejor el decrecimiento del diámetro.

Mora (2001) analizó la variación del diámetro del fuste de la Teca, considerando la estructura de correlación presente entre las mediciones sucesivas del diámetro a lo largo del fuste. Encontró que la estructura autorregresiva de primer orden y un modelo Polinómico de segundo grado modelan de manera más aproximada la variabilidad del diámetro a lo largo del fuste de la Teca.

El presente estudio tiene como objetivos a) Comparar el comportamiento en el ajuste por mínimos cuadrados ordinarios y máxima verosimilitud (esta última incorporando el parámetro de autocorrelación), de las ecuaciones propuestas por Kozak (1988) y Pérez et al (1990) para modelar el perfil del fuste de la Teca y b) Validar estas ecuaciones por medio de una validación cruzada (Montgomery y Peck, 1982).

2. MATERIALES Y MÉTODOS.

2.1. Área de estudio y muestra.

El área de estudio está ubicada sobre una plantación de Teca establecida en el año 1973, localizada en la Unidad I de la Reserva Forestal de Caparo, al suroeste del Estado Barinas, entre una latitud norte 71° 00' y una longitud oeste de 7° 30'. Se seleccionó una muestra de 175 árboles obtenidos por un muestreo estratificado donde los estratos son las categorías diamétricas existentes en la población, Moret et al (1998). Para cada uno de los árboles muestra se midió el **dap**, el diámetro con y sin corteza los 0,30 m desde el suelo, a los 2 m y luego cada dos metros hasta que el fuste del árbol presenta un diámetro igual a 5 cm ó una bifurcación y la altura total. Por lo que esta base de datos consta de las siguientes variables: categoría diamétrica, individuo, altura en sesiones, altura

total, diámetro con corteza y diámetro sin corteza . En el cuadro 1 se presenta una distribución de frecuencias para el **dap** y estableciendo categorías diamétricas a fin de precisar la variabilidad del diámetro a lo largo del fuste. La amplitud de las clase fue de 1.59 cm; la clase inferior contiene individuos con **dap** menor o igual a 11.14 cm y la mayor individuos con **dap** mayor o igual 30.24 cm .

Considerando la estructura de correlación encontrada por Mora (2001), se procedió a ajustar por mínimos cuadrados y máxima verosimilitud (esta última incorpora al parámetro de autocorrelación) las ecuaciones propuestas por Kozak (1988) y Pérez et al (1990) para modelar el perfil del fuste de la Teca Se decidió dividir la muestra de 175 árboles en dos grupos, realizándose una validación cruzada. Un primer grupo de 100, para la estimación de los parámetros de las ecuaciones de perfil del fuste y los restantes 75 para la validación de predicción de las ecuaciones. La comparación de las ecuaciones o modelos de perfil se realizó en base al sesgo promedio y al error cuadrático de predicción. El procesamiento de la información se realizó utilizando como software el paquete estadístico SAS® con su módulo Proc Mixed (Littell et al, 1996).

Cuadro 1. Distribución de los 175 árboles muestra por categoría diamétrica

Dap (cm)	Identificación	N. Individuos
< 11.14	I	12
11.14 - 12.73	II	8
12.73 - 14.32	III	14
14.32 - 15.92	IV	13
15.92 - 17.50	V	12
17.50 - 19.10	VI	14
19.10 - 20.69	VII	11
20.69 - 22.28	VIII	13
22.28 - 23.87	IX	12
23.87 - 25.46	X	11
25.46 - 27.06	XI	18
27.06 - 28.65	XII	15
28.65 - 30.24	XIII	7
> 30.24	XIV	15

2.2. Modelos ajustados.

Como se describió anteriormente, el modelo o ecuación de Kozak (1988), plantea el supuesto de que el fuste de un árbol presenta diferentes formas geométricas. Esta ecuación se describe como

$$y = x^c \quad (1)$$

donde

$$y = \frac{d_i}{DI} \quad y \quad X = \frac{(1 - \sqrt{h_i/H})}{(1 - \sqrt{p})}$$

d_i = diámetro con corteza a la altura h_i

h_i = altura desde el suelo, $0 \leq h_i \leq H$

H = altura total del árbol (m)

HI = altura desde el suelo hasta el punto de inflexión

$P = (HI / H) * 100$ porcentaje de la altura total.

DI = diámetro con corteza en el punto de inflexión.

La ecuación de Pérez et al (1990), es una modificación de la ecuación de Kozak, tratando de eliminar el posible problema de multicolinealidad producto de la dependencia lineal entre las variables independientes y tiene la siguiente expresión:

$$d = b_0 Dbh^{b_1} b_2^{Dbh} x^c \quad (2)$$

donde

$$x = (1 - \sqrt{z}) / (1 - \sqrt{I})$$

$$c = b_3 z^2 + b_4 \ln(z + 0.001) + b_5 \sqrt{z} + b_6 e^z + b_7 (Dbh / H)$$

c : es igual tanto para la ecuación propuesta por Kozak (1988) como para Pérez et al (1990).

D : diámetro sobre corteza a la altura h

H : altura parcial sobre el suelo (m)

Dbh : diámetro a la altura de pecho (cm)

H : altura total del árbol (m)

$$z = h / H$$

I : localización del punto de inflexión

b_j : coeficientes estimados usando una de regresión logarítmica.

Antes de realizar el ajuste se aplica una transformación lineal a estas dos ecuaciones, aplicando logaritmo neperiano y así convertir una relación curvilínea en una relación lineal, a la vez que esto permite estabilizar la varianza y a hacer normal la distribución de la variable dependiente, Sierra Bravo (1991). En consecuencia las ecuaciones definitivas son:

Modelo de Kozak (1988):

$$\begin{aligned} \ln d_{scc(h)} = & b_0 + b_1 \ln(dap_{cc}) + b_2 dap_{cc} + b_3 \ln(X)Z^2 + b_4 \ln(X) \ln(Z + 0.001) \\ & + b_5 \ln(X)Z^{0.5} + b_6 \ln(X)e^z + b_7 \ln(X)(dap_{cc} / Ht) \end{aligned} \quad (3)$$

Modelo de Pérez et al (1990):

$$\ln d_{scc(h)} = b_0 + b_1 \ln(dap_{cc}) + b_2 \ln(X)Z^2 + b_3 \ln(X) \ln(Z + 0.001) + b_4 \ln(X)(dap_{cc} / Ht) \quad (4)$$

para ambas ecuaciones

$$X = (1 - (h_j / Ht)^{0.5}) / (1 - ((HI / Ht)^{0.5}))$$

$$Z = h_j / Ht$$

\ln = logaritmo natural

HI = altura desde el suelo (m) hasta el punto de inflexión.

2.3 Validación de los modelos

El tipo de validación usada fue la denominada validación cruzada, para la cual se seleccionó una submuestra aleatoria de 75 árboles a partir de la muestra total de árboles usada en la investigación, (Montgomery y Peck 1982).

Esta validación se analizó con respecto al sesgo promedio (**B**) y al error cuadrático de predicción (**ECP**) obtenido por categoría diamétrica.

Para definir mejor el comportamiento de las ecuaciones generadas, se utilizó un ordenamiento o ranqueo dentro de cada categoría, donde 1 representa el mejor y 4 el peor.

$$B = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)}{n} \quad (5)$$

$$ECP = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - m}} \quad (6)$$

donde y_i valor observado o medido

\hat{y}_i : valor estimado

n : número de observaciones

m : número de parámetros usados en la estimación.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1 Análisis descriptivo del diámetro.

En el cuadro 2 se presentan las estadísticas descriptivas de las variables diámetro a la altura de pecho (**dap**) con corteza y la altura total (**Ht**) para todos los 175 árboles muestra usados en el estudio, estos valores muestran que el **dap** promedio de los árboles de teca está alrededor de 21,39 cm y la altura total promedio es de 22,29 m; presentando el **dap** la mayor variabilidad.

El procesamiento de la información involucra la discretización de la misma por categoría diamétricas, para lo cual se muestra en el cuadro 1 la distribución de los individuos para el total de la muestra. El cuadro 3 muestra las estadísticas descriptivas de la variables **Ht** por categoría diamétrica. Estos resultados reflejan que la categoría I con una altura total promedio de 12.96 m muestra el mayor coeficiente de variación, indicando que en ella se tienen árboles con un rango mayor de variación para la Ht., tal como lo muestran los valores mínimo y máximo. Las figuras 1 y 2 presentan el diámetro medio de los perfiles de los fustes observados con corteza y sin corteza respectivamente por categoría diamétrica en teca (*Tectona grandis*). Se observa como en las categorías inferiores I y II, es decir, para dap menor a 14.32 cm y en la superior XIII con dap mayor a 30.24 cm, la línea de tendencia tiene un comportamiento mas suavizado, mientras que en las categorías III hasta la XIII hay una caída mas acentuada del diámetro en las primeras secciones de altura aproximadamente entre 1,30 y 2 m de altura.

Cuadro 2. Estadísticas básicas descriptivas para los 175 árboles muestra

Estadísticas	dap (cm)	Ht (m)
Mínimo	8.75	10.3
Máximo	39.57	27.7
Media	21.39	22.29
CV(%)	33	15

Cuadro 3. Distribución y estadísticas descriptivas por categoría diamétrica de Ht de los 175 árboles muestra.

Categoría diamétrica	Mínimo	máximo	Promedio	CV %	N
I	6.50	18.00	12.96	23.02	12
II	12.00	18.70	15.21	12.91	8
III	11.50	20.70	16.51	12.57	14
IV	16.00	20.60	18.22	7.39	13
V	15.40	21.90	19.04	10.10	12
VI	18.90	26.30	21.64	8.86	14
VII	20.30	25.10	23.15	6.62	11
VIII	17.60	25.40	21.79	10.29	13
IX	20.20	25.90	23.33	7.03	12
X	23.50	26.50	24.77	3.53	11
XI	22.20	27.50	24.18	6.33	18
XII	20.80	25.70	23.45	5.79	15
XIII	23.30	26.10	25.07	4.48	7
XIV	21.90	27.70	24.87	7.51	15

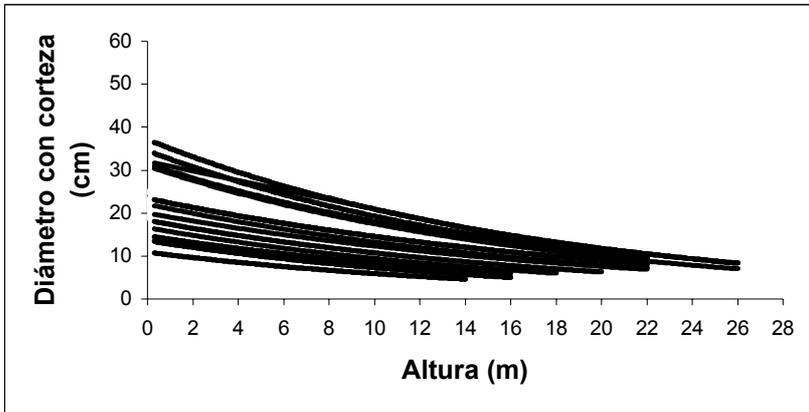


Figura 1. Árbol promedio por categoría diamétrica para diámetro con corteza

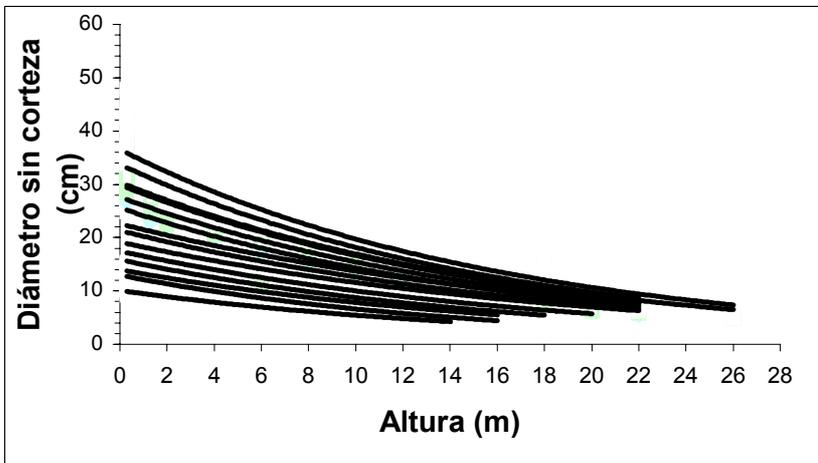


Figura 2. Árbol promedio por categoría diamétrica para diámetro sin corteza

3.2 Comportamiento de los modelos.

El ajuste de estas cuatro ecuaciones se muestran en el cuadro 4; allí se destacan los valores estimados de los parámetros de cada uno de los modelos con sus respectivos errores estándar, los coeficientes de determinación ajustados, la raíz del cuadrado medio del error y el Estadístico Durbin Watson.

El ajuste por mínimos cuadrados en ambos modelos Kozak y Pérez et al, muestran mejores resultados desde el punto de vista de la proporción tomada por los modelos para explicar la variable dependiente. Sin embargo, se debe destacar que errores correlacionados positivamente pueden distorsionar la precisión en el ajuste de cualquier modelo por mínimos cuadrados; los Estadísticos de Durbin-Watson obtenidos por mínimos cuadrados ordinarios demuestra lo dicho anteriormente. Por tanto se debe considerar este tipo de dependencia a lo largo el perfil del fuste; las estimaciones por máxima verosimilitud que incorpora el parámetro autorregresivo de primer orden en los modelos propuestos, logran mejorar el problema de la dependencia de los errores; para ambos modelos el estadístico Durbin-Watson se ajusta bien al valor esperado de referencia 2 (indica que los errores obtenidos por ambos modelos son independientes) Montgomery y Peck (1982).

Ahora, sólo queda realizar las comparaciones sobre los modelos de perfiles estimados por máxima verosimilitud que toman en cuenta el parámetro autorregresivo de primer orden. Nótese que desde el punto de vista de la proporción explicada por ambos modelos, el de Kozak (1988) supera al propuesto por Pérez et al (1990), pero desde el punto de vista de precisión en el ajuste, el modelo de Pérez et al es ligeramente más preciso ($\sqrt{CME}= 0100$).

Cuadro 4. Resultados de las estimaciones de las ecuaciones de perfiles de Kozak (1988) y Pérez et al (1990) por mínimos cuadrados y máxima verosimilitud asumiendo autocorrelación de primer orden.

Parámetros	Kozak (1988)				Pérez et al (1990)			
	mco	e e	M v	e e	mco	e e	m v	e e
β_0	-0.024	0.057	-0.136	0.078	0.008	0.042	0.024	0.072
β_1	0.966	0.024	1.015	0.029	0.912	0.014	0.899	0.024
β_2	-0.003	0.001	-0.005	0.000	0.209	0.023	0.225	0.022
β_3	1.553	0.257	1.422	0.236	-0.173	0.009	-0.214	0.009
β_4	-0.537	0.056	-0.512	0.049	0.203	0.017	0.152	0.017
β_5	4.374	0.540	3.991	0.492				
β_6	-2.126	0.295	-1.956	0.268				
β_7	0.141	0.025	0.200	0.028				
ρ			0.489	0.028			0.487	0.029
R² ajustado	0.924		0.913		0.908		0.892	
D-W	1.082		2.043		1.117		2.029	
$\sqrt{\text{CME}}$	0.122		0.108		0.136		0.100	

D-W Estadístico Durbin-Watson, $\sqrt{\text{CME}}$: raíz del cuadrado medio del error, mco: mínimos cuadrados ordinarios, e e: error estándar, m v: máxima verosimilitud

Estos resultados difieren de los obtenidos por Davel y Trincado (2000), y Pérez et al (1990) donde reportaron valores de precisión mejores para el modelo de Kozak(1988). Tomando en cuenta que el decrecimiento del diámetro es estadísticamente diferente por categorías diamétricas, se consideró necesario realizar la validación y comparación del poder predictivo de las ecuaciones ajustadas dentro de cada una de ellas.

3.3 Validación de los modelos.

Los cuadros 5 y 6 muestran los resultados de la validación respecto al sesgo promedio (**B**) y al error cuadrático de predicción (**ECP**) obtenido por categoría diamétrica.

En referencia al sesgo promedio tenemos que las ecuaciones de Kozak muestran mayores sesgo promedio a lo largo de la categorías diamétrica, de hecho, este se incrementa linealmente desde la primera categoría hasta la novena (mínimos cuadrados ordinarios) y hasta la octava categoría para la ecuación con máxima verosimilitud.

Mientras que las ecuaciones de Pérez et al, muestran predicciones de diámetro con sesgo mucho menor, obsérvese (figura 3), cómo los valores de sesgo promedio se alternan y se acercan al cero a lo largo de las categorías diamétricas, a su vez, la ecuación de Pérez et al (1990), estimada por máxima verosimilitud e incorporando el parámetro autorregresivo, es aún menos sesgado que su contraparte ajustado por mínimos cuadrados ordinarios; en general y de acuerdo al ranqueo utilizado, la ecuación de Pérez et al estimada por máxima verosimilitud reportó un mejor comportamiento respecto al sesgo (ranqueo total 19.5).

En cuanto a la precisión en la predicción de las cuatro ecuaciones estimadas figura 4, se nota lo siguiente, las cuatro ecuaciones muestran incremento en los valores del ECP, a medida que utilizemos árboles de teca situados en categorías diamétricas superiores, sin embargo, la mayor precisión de predicción se logra, para las ecuaciones de Pérez et al para las primeras siete categorías

diamétricas, luego de esto, los valores de ECP aumentan aproximadamente hasta cuatro veces respecto a las mencionadas para las primeras siete categorías, aún cuando el ranqueo favoreció a la ecuación de Pérez et al por mínimos cuadrados ordinarios, nótese que las diferencias entre los valores ECP son pequeñas en referencia a la ecuación de Pérez et al por máxima verosimilitud; Además, recuérdese que esta última ecuación tiene la propiedad que sus errores son independientes y posee sólo cinco parámetros para la estimación y menor sesgo promedio para la predicción de los diámetros en cualquier sección del fuste de Teca.

Cuadro 5 Sesgo promedio de las cuatro ecuaciones ajustadas para predecir diámetros en cualquier sección del fuste en *Tectona grandis* L.

Diámetro (cm)	# mediciones	Kozak 1988				Pérez et al 1990			
		mco	r	m v	r	mco	r	m v	r
< 11.14	30	1.94	3	2.11	4	0.80	1	0.82	2
11.14 - 12.73	24	2.97	3	3.19	4	1.14	1	1.15	2
12.73 - 14.32	52	2.97	3	3.19	4	0.86	1	0.88	2
14.32 - 15.92	61	3.36	3	3.54	4	0.87	1	0.96	2
15.92 - 17.50	50	3.85	3	4.11	4	0.96	1	1.03	2
17.50 - 19.10	67	3.98	3	4.22	4	1.37	1	1.53	2
19.10 - 20.69	58	4.43	3	4.71	4	1.08	1	1.32	2
20.69 - 22.28	68	4.93	3	5.31	4	4.02	2	3.94	1
22.28 - 23.87	56	5.14	3	5.51	4	2.60	1	2.65	2
23.87 - 25.46	117	5.80	4	3.92	3	3.11	2	3.03	1
25.46 - 27.06	103	3.66	3	6.26	4	3.04	1	3.09	2
27.06 - 28.65	70	6.34	3	6.85	4	2.97	1	3.13	2
28.65 - 30.24	38	7.67	3	8.36	4	3.91	1	3.98	2
> 30.24	82	5.15	3	5.59	4	1.70	1	2.12	2
Ranqueo total			44		55		16		26

mco: mínimos cuadrados ordinarios, m v: máxima verosimilitud, r : ranqueo u orden a cada ecuación.

Cuadro 6. Error cuadrático de Predicción de las cuatro ecuaciones ajustadas para predecir diámetros en cualquier sección del fuste en *Tectona grandis* L.

Diámetro (cm)	# mediciones	Kozak 1988				Pérez et al 1990			
		Mco	r	m v	r	mco	r	m v	r
< 11.14	30	0.92	3	1.02	4	-0.16	1	-0.19	2
11.15 - 12.73	24	1.59	3	1.64	4	0.19	2	0.16	1
12.74 - 14.32	52	1.89	3	1.94	4	0.06	2	0.04	1
14.32 - 15.92	61	2.38	3	2.42	4	0.31	1.5	0.31	1.5
15.92 - 17.50	50	2.54	3	2.56	4	0.19	1.5	0.19	1.5
17.50 - 19.10	67	2.69	3	2.70	4	0.02	2	0.01	1
19.10 - 20.69	58	2.99	4	2.98	3	0.16	1.5	0.16	1.5
20.69 - 22.28	68	3.29	4	3.25	3	-0.85	2	-0.83	1
22.28 - 23.87	56	3.68	3	3.70	4	-1.21	2	-1.16	1
23.87 - 25.46	117	4.27	4	1.90	3	-0.96	2	-0.84	1
25.46 - 27.06	103	1.90	3	4.24	4	1.05	1	1.08	2
27.06 - 28.65	70	4.52	4	4.46	3	0.89	1	0.93	2
28.65 - 30.24	38	5.04	4	4.98	3	-1.82	2	-1.77	1
> 30.24	82	2.88	3	2.93	4	-0.49	1	-0.99	2
Ranqueo total			47		51		22. 5		19. 5

mco: mínimos cuadrados ordinarios, m v: máxima verosimilitud, r : ranqueo u orden a cada ecuación.

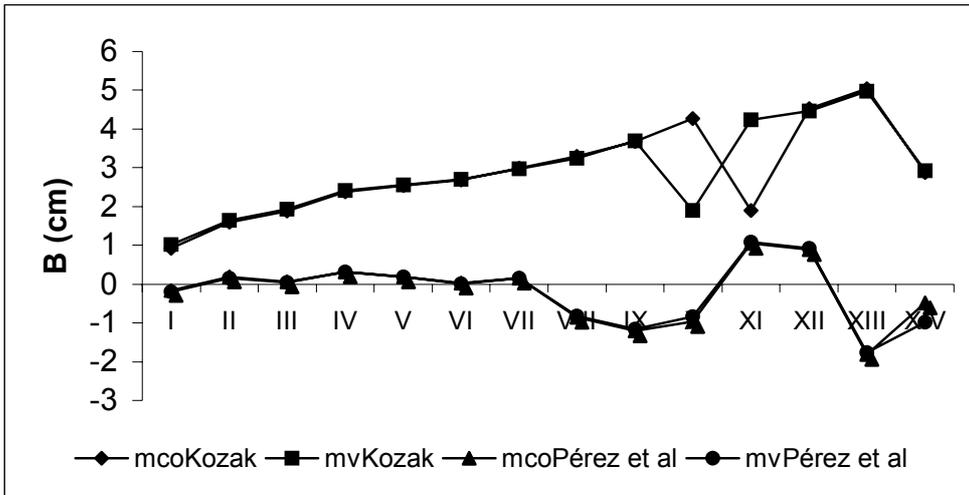


Figura 3. Comparación del sesgo promedio (cm) de las ecuaciones de perfiles ajustadas por categoría diamétrica

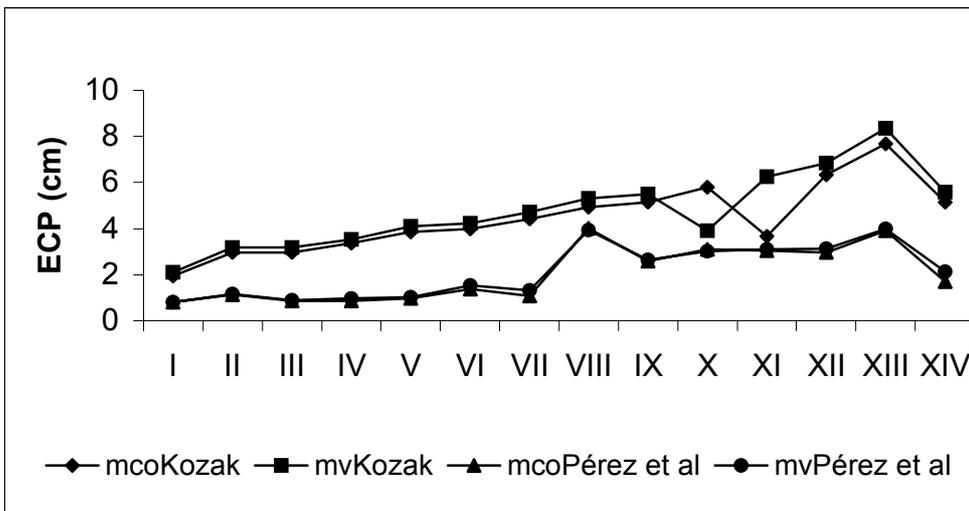


Figura 4. Comparación del error cuadrático predicción (cm) de las ecuaciones de perfiles ajustadas por categoría diamétrica

4. CONCLUSIONES

El ajuste por mínimos cuadrados de los modelos propuestos por Kozak (1988) y Pérez et al (1990), muestran mejores resultados desde el punto de vista de la proporción tomada por los modelos para explicar la variable dependiente. Sin embargo, se debe destacar que estos modelos muestran errores correlacionados positivamente lo que ocasiona una distorsión en la precisión y ajuste de los parámetros del modelo. Considerando el tipo de dependencia a lo largo el perfil del fuste; las estimaciones por máxima verosimilitud que incorporan el parámetro autorregresivo de primer orden en los modelos propuestos, logran mejorar el problema de la dependencia de los errores; para ambos modelos.

Desde el punto de vista de la proporción explicada por ambos modelos, el de Kozak (1988) supera al propuesto por Pérez et al (1990), pero desde el punto de vista de precisión en el ajuste, el modelo de Pérez et al es ligeramente más preciso ($\sqrt{CME} = 0.100$).

En referencia al sesgo promedio tenemos que las ecuaciones de Pérez et al, muestran predicciones de diámetro con sesgo mucho menor, donde aquella estimada por máxima verosimilitud e incorporando el parámetro autorregresivo, es aún menos sesgado que su contraparte ajustado por mínimos cuadrados ordinarios.

En cuanto a la precisión en la predicción, se encontró que todas las ecuaciones ajustadas muestran incrementos en los valores del error cuadrático de predicción (ECP) a medida que utilizemos árboles de Teca situados en categorías diamétricas superiores, por lo que, en general, la mayor precisión de predicción se logra con la ecuación de Pérez et al.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BRUCE D., CURTIS R., VANCOEVERING C., 1968. Development of a system of taper and volume tables for red alder. *Forest Science*. 14(3): 339-350.
- DEMAERSCHALK J. P., KOZAK A. 1977. The whole-bole system: a conditioned dual-equation system for precise prediction of tree profiles. *Canadian Journal of Forest Research*. 7 : 488-497.
- DAVEL M., TRINCADO G. 2000. Evaluación de modelos fustales para *Pseudotsuga menziesii* en la Patagonia Andina Argentina. *Investigación Agraria: Sistemas y Recursos Forestales*. 9 (1): 103-116.
- FLOWER J. H., RENNIE J. C. 1988. Merchantable height in lieu of total height in stem profile equations. *Forest Science*. 34 (2) 505-511.
- KOZAK A. 1988. A variable-exponent taper equation. *Canadian Journal of Forest Research*. 18 : 1363-1368.
- LITTELL R. C., MILLIKEN G. A., STROUP W. W., WOLFINGER R.D. 1996. SAS System for Mixed Models. SAS Institute, Inc., Campus Drive, Cary, North Carolina, USA.
- MONTGOMERY D., PECK E. 1982. Introduction linear regression analysis. John Wiley and Sons, Inc. U.S.A.
- MORA E., 2001. Evaluación de la variación del diámetro del fuste en plantaciones de Teca (*Tectona grandis L.*) con análisis de mediciones repetidas y curvas de perfil en la Unidad Experimental Reserva Forestal de Caparo. Tesis de Grado. Maestría en Manejo de Bosques. CEFAP, U.L.A., Mérida, Venezuela. 61 p.
- MORET A., JERÉZ M., MORA A. 1998. Determinación de ecuaciones de volumen para plantaciones de Teca (*Tectona grandis L.*) en la Unidad Experimental de la Reserva Forestal de Caparo. *Revista Forestal Venezolana*. 42 (1) 41-50.
- PÉREZ D. N., BURKHART H. E., STIFF C. T. 1990. A variable-form taper function for *Pinus oocarpa Schiede* in Central Honduras. *Forest Science*. 36 (1): 186-191.
- PRODAN M., PETERS R., COX F., REAL P. 1997. *Mesura Forestal*. Proyecto IICA/GTZ sobre Agricultura Recursos Naturales y desarrollo sostenible. Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura. San José Costa Rica.

- REAL P., MOORE J., 1986. An individual tree system for Douglas-fir in the Inland-Northwest " Forest Growth Modelling and prediction". Proceeding of IUFRO Conference. Minneapolis Minnesota .USDA Forestry Service General Technical Report NC-120 pp. 1037-1044.
- SIERRA BRAVO R. 1991. Diccionario práctico de estadística y técnicas de investigación científica. Editorial Paraninfo. Madrid. España.
- TASSISSA G., BURKHART H. E. 1997. An application of mixed effects analysis to modeling thinning effects on stem profile of loblolly pine. Forest Ecology and Management. (103) 87-101.
- TRINCADO G., GADOW K. V., TEWARI V. P. 1996. Comparison of three stem profile equations for *Quercus robur* L. South African Forestry Journal. (177): 23-29.
- WILLIAMS M. S., and REICH R. 1997. Exploring the error structure of taper equations. Forest Science. 43 (3): 378-386.