

# Determinación de la Cartera Óptima de Inversión Bajo un Enfoque de Programación No Lineal

## Determination of the Optimal Portfolio by using Non Linear-Programming

Dante Conti G

Universidad de Los Andes  
Facultad de Ingeniería  
Escuela de Sistemas

Departamento de Investigación de Operaciones con la colaboración del  
Consejo de Desarrollo Científico, Humanístico y Tecnológico (C.D.C.H.T)  
Mérida 5101, Venezuela  
e-mail: [dconti@ula.ve](mailto:dconti@ula.ve)

Ángel Rodríguez

Universidad de Los Andes  
Centro de Investigación y Desarrollo Empresarial (C.I.D.E)  
Mérida 5101, Venezuela  
e-mail: [argrado@ula.ve](mailto:argrado@ula.ve)

María Eugenia Bencomo Fernández

Universidad de Los Andes  
Facultad de Ingeniería  
Escuela de Sistemas  
Departamento de Investigación de Operaciones  
Mérida 5101, Venezuela  
e-mail: [mebencomo@yahoo.com](mailto:mebencomo@yahoo.com)

### Resumen

Uno de los conceptos más importantes que todo inversionista debe conocer es la relación que existe entre el riesgo y la ganancia de un activo financiero y cómo esta relación afecta la composición de una cartera de inversión. La principal meta en la construcción de una cartera consiste en distribuir óptimamente la inversión entre distintos activos con la noción fundamental de diversificación. Para tal fin, el método de la Media-Varianza resulta una valiosa herramienta cuantitativa que permite realizar dicha distribución, esto se logra con la determinación de la frontera eficiente, es decir, el conjunto de combinaciones de activos que maximizan la ganancia esperada para un nivel determinado de riesgo o bien minimizan el riesgo soportado para un nivel determinado de ganancia esperada. La frontera eficiente se determina planteando un problema de programación matemática no lineal, específicamente un problema de programación cuadrática (en el caso que se desean minimizar el riesgo para una ganancia determinada); modelo ideado por Harry Markowitz y que sirve de base en esta investigación. Con estas premisas se pretende hallar la mejor combinación de activos que son ofertados por la Bolsa de Valores de Caracas para generar la frontera eficiente de la cual se podrán obtener los portafolios óptimos de inversión combinando la teoría clásica de las carteras de inversión y criterios heurísticos mezclados con técnicas de estadística multivariante.

**Palabras Claves:** Teoría de Carteras de Inversión, Programación No Lineal, Programación Cuadrática

### Abstract

One of the most important concepts that all investor should know is the relationship between the risk and the return of a financial asset and how these variables affect the composition of an investment portfolio. When making a portfolio, the main goal is to distribute the investment in an optimal way in order to guarantee a high diversification level. The Mean-

Variance Approach is a quantitative tool that allows accomplishing this distribution, this is done by the determination of the efficient frontier, i.e. the group of combinations of assets that give the maximum expected return for a certain level of risk or the minimum risk for a level of expected return. In order to find the efficient frontier, a mathematical programming model is presented in this research, specifically a quadratic programming problem (the approach is to minimize the risk for certain expected return), model that was originally designed by Harry Markowitz and that will be used to determine the best combination of assets offered by “the Bolsa de Valores de Caracas”. Thus, heuristic and statistical techniques are proposed to complete this approach that is oriented to obtain the best portfolio for an investor who wants to develop financial operations in the Venezuelan Stock Market.

**Key words:** Portfolio Theory, Non Linear Programming, Quadratic Programming.

### 1) Introducción

Cuando se decide realizar inversiones financieras resulta necesario y vital tomar en cuenta dos factores primordiales: la rentabilidad-ganancia y el riesgo; entendiéndose por ganancia los beneficios que se obtienen por la inversión y por riesgo, la incertidumbre respecto al resultado futuro de una inversión [2]. Conocidos los factores que influyen en una inversión financiera, se define una *cartera de inversión* como una combinación de activos o títulos individuales (entre ellos se consideran las acciones, bonos, etc.) de modo tal que una combinación de títulos individuales casi siempre sea menos riesgosa que cualquier título individual.

La mayoría de las técnicas para la construcción y administración de carteras de inversión está basada en la Teoría de la Selección de Cartera, desarrollada por el ganador del Premio Nobel de Economía de 1990 Harry Markowitz [5]. Ésta teoría sustenta que la generación de una cartera óptima de inversión supone más que una combinación deseable entre el riesgo y la ganancia de los activos que la pueden componer, lo más importante es realizar un análisis meticuloso de la relación entre ellos. La teoría explora además cómo los inversionistas construyen carteras para optimizar el riesgo contra los rendimientos esperados, es decir, mide cómo la cartera de un inversionista puede beneficiarse por medio de la diversificación.

Esta investigación se centra en la aplicación de esta teoría de fundamentos matemáticos (Programación No Lineal) a los activos que cotizan en la Bolsa de Valores de Caracas [1]. Su objetivo principal es la generación de la frontera eficiente para encontrar carteras de inversión óptimas para inversionistas adversos, moderados y amantes del riesgo, adicionando además técnicas heurísticas y estadísticas para la composición y preselección de dichas carteras lo que ofrece mayor espectro y funcionalidad al modelo clásico de Markowitz.

### 2) Criterios básicos para la evaluación de Carteras de Inversión

Los criterios para evaluar un portafolio de inversión son: medir el rendimiento en función de la ganancia esperada y medir el riesgo en función de la varianza.

- *Rendimiento en función de la Ganancia Esperada:* la ganancia esperada de un activo cualquiera está definida como:

$$E[R] = \frac{P_f - P_i}{P_i} \quad (1.1)$$

donde,  $P_f$  y  $P_i$  representan el precio final y el precio inicial del activo respectivamente.

Como un portafolio de inversión está compuesto por varios activos, se define la ganancia esperada de una cartera como:

$$E[R_p] = \sum_{i=1}^N w_i E[R_i] \quad (1.2)$$

donde,  $w_i$  representa la proporción de la cartera invertida en la acción  $i$  y  $E[R_i]$  es la ganancia esperada de la acción  $i$ .

- *Riesgo en función de la Varianza:* la varianza para una acción particular esta definida como:

$$Var(R_i) = \sigma^2 = E[R_i^2] - E^2[R_i] \quad (1.3)$$

Este riesgo medido en función de la varianza indica el grado de dispersión o variabilidad en relación a la esperanza sobre el rendimiento de dicha acción. Un valor alto de varianza o su desviación típica indica el alto grado de volatilidad o variabilidad en el rendimiento de dicha acción con respecto a su rendimiento promedio durante un arco de tiempo determinado.

Sin embargo, como una cartera de inversión está compuesta por varios activos y según la teoría clásica de probabilidades y variables aleatorias; entonces, la varianza queda definida de la siguiente manera:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (1.4)$$

donde  $x_i$ ,  $x_j$  representan la proporción invertida en el activo  $i$  y en el activo  $j$ ,  $\rho_{ij}$  es el coeficiente de correlación entre el activo  $i$  y  $j$  y  $\sigma_i$ ,  $\sigma_j$ , es la desviación estándar del activo  $i$  y  $j$ .  $\rho_{ij}\sigma_i\sigma_j$  es por definición la covarianza entre los activos  $i$  y  $j$ .

### 3) Herramientas de Investigación de Operaciones para la Optimización de Carteras de Inversión. Propuestas teóricas

La principal meta de la teoría de la cartera es optimizar la asignación de distintos activos en una inversión. La optimización *Media-Varianza*, es una herramienta cuantitativa que permite realizar esta asignación considerando el intercambio entre la ganancia y el riesgo.

Esto se realiza mediante la determinación de la frontera eficiente, es decir, el conjunto de combinaciones de activos que minimizan el riesgo soportado para un nivel determinado de ganancia esperada. Para hallar la frontera eficiente, se propone un problema de programación matemática no lineal, específicamente un problema de programación cuadrática (en el caso que se desean minimizar el riesgo para una ganancia determinada).

Al aplicar este método se debe cumplir con las siguientes condiciones: Ganancias esperadas y varianzas finitas, todos los activos no tienen la misma ganancia esperada y la matriz de covarianzas entre los activos debe ser definida positiva [4].

Las dos variantes del modelo de programación cuadrática se presentan a continuación.

1. *Cartera compuesta solo por activos riesgosos (fondo accionario)*: cuando un portafolio solo contiene esta clase de activo, el problema formal de optimización es el siguiente:

$$\text{Min } \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$$

Sujeto a:

$$E(\bar{R}_p) = \sum_{i=1}^n x_i E(\bar{R}_i) = R^* \quad (1.5)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad (1.6)$$

$$x_i \neq 0 \quad (1.7)$$

donde,  $E(\bar{R}_p)$  es la ganancia esperada de la cartera,  $\sigma_p^2$  representa la varianza de la cartera,  $E(\bar{R}_i)$  es la ganancia esperada del activo  $i$ ,  $x_i$  es la proporción de la inversión total en el activo  $i$  y  $\rho_{ij}$  es el coeficiente de correlación entre el activo  $i$  y el activo  $j$ . La primera restricción (1.5) hace referencia a la ganancia objetivo (target) que viene dada por  $R^*$ , con la segunda restricción (1.6) se asegura que la suma de las proporciones invertidas en las acciones que forman el portafolio sea igual al 1 y la tercera (1.7) tiene como función garantizar que los pesos sean positivos (si las short selling<sup>1</sup> son permitidas, esta restricción se elimina).

2. *Cartera compuesta por activos riesgosos y un activo libre de riesgo (fondo mutual)*: el problema formal de optimización cuando están presentes activos riesgosos y un activo libre de riesgo es el siguiente:

$$\text{Min } \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$$

Sujeto a:

<sup>1</sup> Short selling o ventas cortas, se presentan cuando es permitido prestar o pedir prestado dinero.

$$E(\bar{R}_p) = E(R_f)x_f + \sum_{i=1}^n x_i E(\bar{R}_i) = R^* \quad (1.8)$$

$$x_f + \sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad (1.9)$$

Donde  $x_f$  representa el activo libre de riesgo<sup>2</sup>. Para este caso, se ha eliminado la tercera restricción ya que se trabaja en un ambiente donde se puede dar y pedir prestado. Las ecuaciones (1.8) y (1.9) son equivalentes a (1.5) y (1.6) sólo que se les ha agregado el activo libre de riesgo  $x_f$ .

Al solucionar ambos modelos para distintas ganancias objetivo, estos dan como resultado la frontera eficiente. La forma de ambas fronteras se presenta en la figura 1.

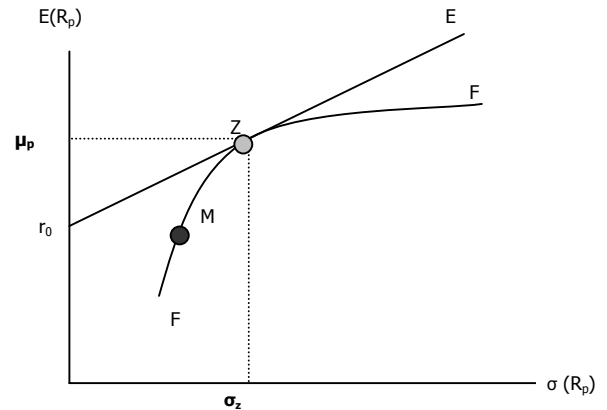


FIGURA 1  
FORMA DE LA FRONTERA EFICIENTE

La curva FF representa la frontera eficiente cuando la cartera está compuesta solo por activos riesgosos. En esta frontera, el punto M representa la *cartera de mínima varianza*. Esta posee la característica de ofrecer al inversionista el menor riesgo disponible con el conjunto de activos que pueden conformar la cartera de inversión. La recta  $r_0E$  representa la frontera eficiente cuando la cartera está compuesta por activos riesgosos y un activo libre de riesgo, esta también es conocida como la *Línea de Mercado de Capitales*. El punto tangente entre las dos fronteras (punto Z) representa la *cartera riesgosa óptima*, la cual ofrece el mejor intercambio entre el riesgo y la ganancia. Esta se obtiene cuando la proporción invertida en el activo libre de riesgo es igual a cero.

#### 4) Esquematización de la Optimización Media-Varianza (Investigación propiamente dicha y fase de experimentación)

El proceso presentado en la Figura 2, representa la metodología que se aplicó en esta investigación. Para escoger las acciones que podrían conformar el portafolio se

<sup>2</sup> Aquel activo que tiene el nivel más bajo de riesgo, en relación a todos los activos disponibles.

propuso el uso de criterios heurísticos junto con técnicas estadísticas. El modelo de las ganancias esperadas esta representada por los rendimientos obtenidos del Diario de la Bolsa. Para realizar las estimaciones del riesgo y correlaciones, se hace uso de Microsoft Excel. La restricción sobre la selección de la cartera es que la ganancia esperada para todas las carteras deberá superar la tasa de inflación. La optimización del portafolio se realiza por medio del modelo de programación cuadrática, lo que da como resultado la frontera eficiente (con y sin la presencia del activo libre de riesgo). La cartera de inversión óptima se escoge de acuerdo a las preferencias del inversionista, en este estudio se asume que existen tres tipos de inversores: adverso, moderado y amante del riesgo.

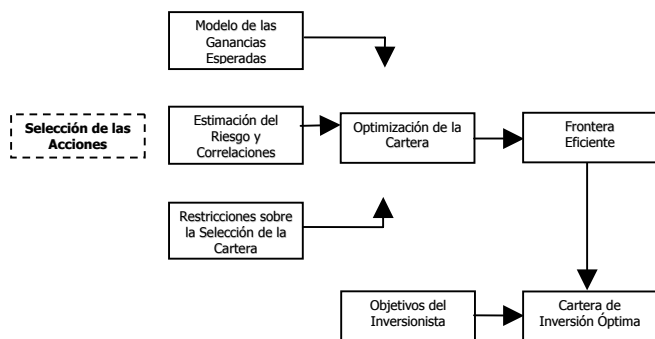


FIGURA 2  
ESQUEMATIZACIÓN DEL PROCESO DE INVERSIÓN POR EL  
MÉTODO MEDIA-VARIANZA

#### 4.1) Reprocesamiento de los Datos

Se tienen datos de las cotizaciones diarias de las acciones desde el 02 de Enero de 2001 hasta 28 de Octubre de 2003. Dicho periodo es dividido en dos, el primero desde el 02 de Enero de 2002 hasta el 29 de Noviembre de 2002. El segundo desde el 03 de Febrero 2003 hasta el 28 de Octubre de 2003. El año 2002 sirve para verificar la validez del modelo y el año 2003 es la cartera propuesta para el año 2004.

El formato de las cotizaciones diarias esta definida de acuerdo al Boletín Diario emitido por la BVC. De dicho formato se selecciona la siguiente información: Acciones, Símbolo, Monto Negociado y Variación Relativa Porcentual; esta última representa la ganancia o el rendimiento de la acción para ese día. Teniendo las cotizaciones diarias de las acciones, se calcula entonces la ganancia mensual de cada acción. En el periodo 2001-2003 cotizan en total 65 acciones, sin embargo, al dividir éste en dos, la cantidad de acciones se distribuye en 45 para el año 2001-2002 y 40 para el año 2003. Para representar el activo

libre de riesgo, se selecciona el Vebono con vencimiento en el año 2007, éste posee una ganancia del 28,45%<sup>3</sup>.

#### 4.2) Selección de las Acciones

Para seleccionar las acciones se hace uso de dos criterios, criterios heurísticos y criterios estadísticos (análisis de conglomerados y análisis discriminante).

- *Criterios Heurísticos:* la primera preselección se basa en escoger las 22 acciones (Top 22) que poseen el mayor monto negociado y la mayor ganancia entre las 63 acciones disponibles. Partiendo de estos criterios son las acciones que cumplen con estos criterios son las presentadas en la tabla 1. Nótese la diversificación de sectores económicos presentes en la selección.

Una condición se que se debe cumplir es que la matriz de covarianza entre las acciones sea definida positiva; para el caso del Top 22, dicha matriz no cumple con esta condición. Para cumplir con el criterio de matriz positiva, se decide probar otro criterio heurístico referido a aquellas acciones que poseen una alta participación dentro de la bolsa. El punto de referencia lo constituyen las acciones que definen el IBC o Índice Bursátil Caracas (16 acciones, tabla 1). Sin embargo, para el año 2002 no se toma en cuenta Banesco Banco Universal (BBC), ya que este cotiza bajo este nombre a partir de abril de 2002.

TABLA 1  
ÍNDICE BURSÁTIL CARACAS "IBC"

Acciones	Acciones
Banco Provincial (BPV)	Envases Venezolanos (ENV)
Banco Venezolano de Crédito (BVE)	Fondo de Valores Inmobiliarios Clase B (FVL.B)
Banesco Banco Universal (BBC)	H.L. Boulton (HLB)
Cantv Clase D (TDV.D)	Manpa (MPA)
Cemex Tipo I (VCM.1)	Mantex (MTX)
Cemex Tipo II (VCM.2)	Mercantil Servicios Financieros A (MVZ.B)
Corimon A (CRM.A)	Mercantil Servicios Financieros B (MVZ.B)
Electricidad de Caracas (EDC)	Sivensa (SVS)

Además para el año 2002 y 2003 existen otras acciones que hacen que la matriz de covarianza siga siendo definida positiva y que poseen alta participación en la Bolsa a pesar de no componer el IBC, por lo que se decidió anexar a dicho conjunto de 16 acciones algunas acciones adicionales. Para el 2002 se agregan tres acciones al IBC y para el año 2003 dos.

TABLA 2  
ACCIONES QUE SE AGREGAN. AÑO 2002

<sup>3</sup> El rendimiento real de este Vebono es del 30,95%, sin embargo, se le ha restado 2,5% con el objetivo que su rendimiento tome en cuenta solo las Letras del Tesoro como referencial de un activo libre de riesgo.

Acciones
Bbo Financial Services, Inc. (BBO)
Inversiones Tocoa C.A Clase A (ITC.A)
Vencred (VCR)

TABLA 3  
ACCIONES QUE SE AGREGAN. AÑO 2003

Acciones
Banco de Venezuela (BVL)
Vencred (VCR)

- *Criterios Estadísticos:* por medio de las herramientas estadísticas se pretende dividir las acciones en dos grupos; uno de ellos esta compuesto por las acciones que conformarían los portafolios de inversión y el otro por aquellas acciones excluidas por estos criterios.

El análisis de conglomerados o análisis de cluster se encarga de asignar a un grupo específico cada acción. Para ello, las variables que se encargaran de definir el perfil del cluster son: Ganancia Esperada, Monto Negociado y la Participación. Al realizar un análisis de correlación entre estas variables para los dos años arrojó como resultado que para el año 2002 solo se toman en cuenta el Monto Negociado y la Participación. Mientras que para el 2003 las tres variables definen el perfil del cluster.

Una vez asignado el grupo al cual pertenece cada acción, se realiza el análisis discriminante. Este tiene por objetivo utilizar los grupos ya existentes para clasificar o diferenciar (discriminar) entre los  $n$  sujetos de los  $k$  grupos. Para aplicar el análisis discriminante es necesario definir la variable dependiente y las variables independientes. Para el año 2002 y 2003 la variable dependiente es el grupo al cual pertenece cada acción, mientras que las variables independientes para los dos años son aquellas que configuraron el perfil del cluster.

Para el año 2002 el porcentaje de casos correctamente clasificados por la función es del 100%, esto se traduce en que el grupo asignado por el análisis discriminante es el mismo asignado por el análisis de cluster. Mientras que para el año 2003 el porcentaje de casos perfectamente clasificados es del 97,5%, esto se debe a que originalmente el análisis de cluster le asigno el grupo 1 a BVL, mientras que las funciones discriminantes la asignan al grupo 2. Finalmente se seleccionan aquellas acciones que conforman el grupo número dos para el año 2002 y aquellas que forman el grupo dos y tres para el año 2003. Dichos grupos generados por el análisis discriminante son:

TABLA 4  
ACCIONES SELECCIONADAS. ANALISIS DISCRIMINANTE

	AÑO 2002			AÑO 2003		
	Acción		Acción		Acción	Acción
1	BPV	8	MPA	1	BVL	9
2	TDV.D	9	MVZ.A	2	BBC	10
						FVI.B

3	VCM.1	10	MVZ.B	3	BPV	11	HLB
4	VCM.2	11	SVS	4	TDV.D	12	MPA
5	CRM.A	12	VCR	5	VCM.1	13	MVZ.A
6	EDC	13	BVE	6	VCM.2	14	MVZ.B
7	FVI.B			7	CRM.A	15	SVS
				8	EDC	16	BVE

#### 4.3) Optimización de la Cartera

Los escenarios planteados para generar las carteras de inversión son los siguientes:

TABLA 5  
ESCENARIOS. AÑO 2002 Y 2003

CRITERIO APLICADO	ESCENARIO	CANTIDAD DE ACCIONES 2002	CANTIDAD DE ACCIONES 2003
Heurístico	Top 18	18	18
Heurístico	IBC	15	16
Estadístico	Análisis Discriminante	13	16

#### 4.4) Frontera Eficiente – Resultados y Discusión

Como se menciona en el apartado 4.1, el año 2002 es utilizado para verificar la validez del modelo. Para ello, se hace uso del siguiente procedimiento: Supóngase que se desea invertir Bs. 1.000 en un conjunto de acciones; las mismas son seleccionadas por el Método Media-Varianza (resuelto con el apoyo de Solver Premium de Microsoft Excel) y el método asigna qué proporción debe invertirse en cada una (estos Bs. 1.000 se distribuyen en dicho conjunto). Posteriormente se obtienen los rendimientos de las acciones para el año 2003. Finalmente se calcula en cuanto aumentan estos Bs. 1.000, es decir, cuando dinero se obtiene al final del periodo.

Aplicando este procedimiento para los tres escenarios del 2002, la ganancia real de dos modelos (IBC y Análisis Discriminante) se encuentra dentro del intervalo predicho por el modelo. Sin embargo, la ganancia obtenida por el Top 18 se encuentra fuera del intervalo; esto se debe a que algunas de las acciones seleccionadas por el modelo tuvieron una fuerte caída (no predecible) en sus precios para el año 2003.

La frontera eficiente para el escenario IBC propuesto para el año 2003 se presentan a continuación.

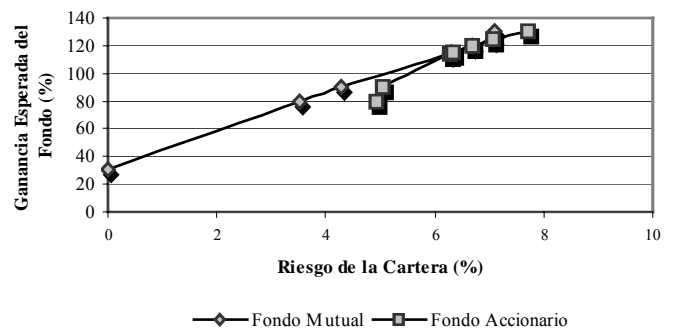


FIGURA 3

FRONTERA EFICIENTE. IBC 2003

Las características de las carteras presentadas en la figura 3 en el caso del fondo accionario y fondo mutual, se muestran en la tabla 6 y 7 respectivamente.

TABLA 6  
FRONTERA EFICIENTE. IBC. FONDO ACCIONARIO

Cartera	Ganancia Esperada de la Cartera (%)	Riesgo de la Cartera (%)	Variación Relativa del Riesgo entre las Carteras (%)
1	79,624	4,940	0
2	90	5,055	0,023
3	114,181	6,277	0,242
4	115	6,334	0,009
5	120	6,694	0,057

La cartera uno en la tabla 6 está conformada por las acciones que ofrecen la mayor ganancia esperada con el menor riesgo, es decir, ésta representa la cartera de mínima varianza para este conjunto de acciones. La variación que presenta el riesgo para estas carteras se encuentra entre 0,02% y 0,24%.

Para el caso del fondo mutual, las características de esta frontera se presentan en la tabla 7. La cartera uno que se muestra en la tabla 7 representa invertir el 100% en el Vebono, lo cual tiene asociado un riesgo del 0%. Al incluir dentro de la cartera de la cartera de inversión más acciones se asegura un incremento en la ganancia, por ende un alza en el riesgo de la misma. Por ello el objetivo es conseguir las proporciones que se deben invertir en el Vebono y las acciones para alcanzar un ganancia mayor y minimizar el riesgo. Por ejemplo la distribución de la cartera cinco ofrece un ganancia del 115% y un riesgo del 6,33%. La cartera riesgosa óptima del IBC es el punto tangente entre las dos fronteras que se muestran en la figura 3. Dicha cartera ofrece una ganancia del 119% y un riesgo del 6,62%.

TABLA 7  
FRONTERA EFICIENTE. IBC. FONDO MUTUAL

Cartera	Ganancia Esperada de la Cartera (%)	Riesgo de la Cartera (%)	Variación Relativa del Riesgo entre las Carteras (%)
1	28,45	0	
2	79,624	3,593	
3	90	4,349	0,210
4	114,181	6,271	0,442
5	115	6,329	0,009

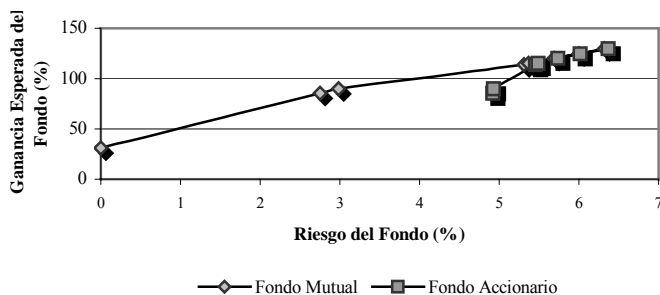


FIGURA 4

FRONTERA EFICIENTE. TOP 18

Las ganancias y riesgos asociados a cada una de las carteras presentes en la figura 4 y referidas al Top 18 se presentan a continuación.

TABLA 8  
FRONTERA EFICIENTE. TOP 18. FONDO ACCIONARIO

Cartera	Ganancia Esperada de la Cartera (%)	Riesgo de la Cartera (%)	Variación Relativa del Riesgo entre las Carteras (%)
1	85,516	4,921	
2	90	4,928	0,002
3	114,181	5,455	0,107
4	115	5,492	0,007
5	120	5,736	0,045

Para el Top 18, la cartera de mínima varianza ofrece un riesgo del 4,92 (tabla 8). Las ganancias de los portafolios generados con este conjunto de acciones se encuentran entre 85 y 130%, mientras que la variación del riesgo entre las carteras se encuentra entre 0,002% y 0,045%.

En el caso del fondo mutual (Top 18) presentado en la tabla 9, la cartera uno (tabla 9) representa invertir el 100% en el activo libre de riesgo. Un aspecto importante que se puede observar en los resultados es que para una misma ganancia esperada el riesgo asociado al fondo accionario es mayor que el del fondo mutual. No obstante, existe una ganancia para la cual el riesgo parece ser el mismo, esto se debe a la presencia de la cartera riesgosa óptima. Este portafolio ofrece una ganancia del 128,06% y un riesgo del 6,20%.

TABLA 9  
FRONTERA EFICIENTE. TOP 18. FONDO MUTUAL

Cartera	Ganancia Esperada de la Cartera (%)	Riesgo de la Cartera (%)	Variación Relativa del Riesgo entre las Carteras (%)
1	28,45	0	
2	85,516	2,840	
3	90	3,063	0,079
4	114,181	5,336	0,742
5	115	5,387	0,010
6	120	5,698	0,058

La frontera eficiente que se obtiene al solucionar el escenario del análisis discriminante cuando la cartera esta presente un activo libre de riesgo y cuando solo está conformada por activos riesgosos se muestra en la siguiente figura. (Figura 5)

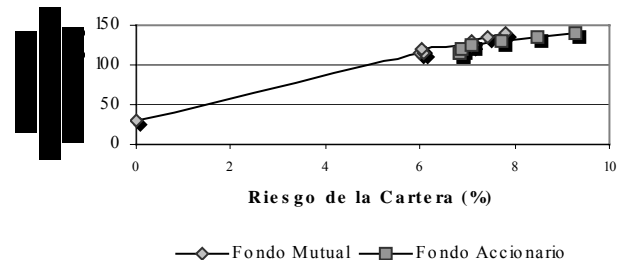


FIGURA 5  
FRONTERA EFICIENTE. ANÁLISIS DISCRIMINANTE

Las características que presenta la frontera eficiente para el fondo accionario son las siguientes (tabla 10).

TABLA 10  
FRONTERA EFICIENTE. ANÁLISIS DISCRIMINANTE.  
FONDO ACCIONARIO

Cartera	Ganancia Esperada de la Cartera (%)	Riesgo de la Cartera (%)	Variación Relativa del Riesgo entre las Carteras (%)
1	114,181	6,820	
2	115	6,821	0,147
3	120	6,872	0,148
4	125	7,071	0,150
5	130	7,711	0,154

La mínima varianza que se puede ofrecer con este conjunto de acciones es del 6,82%, este riesgo trae asociado una ganancia del 114,181%. En el caso del fondo mutual los riesgos y ganancias asociados a cada uno de los portafolios presentados en la figura 5 se muestran en la tabla 11.

TABLA 11  
FRONTERA EFICIENTE. ANÁLISIS DISCRIMINANTE.  
FONDO MUTUAL

Cartera	Ganancia Esperada de la Cartera (%)	Riesgo de la Cartera (%)	Variación Relativa del Riesgo entre las Carteras (%)
0	28,45	0	
1	114,181	6,045	
2	115	6,103	0,010
3	120	6,100	0,000
4	125	7,071	0,159
5	125,083	7,077	0,001

El corte con el eje Y de la figura 5 (fondo mutual) representa la tasa de ganancia del activo libre de riesgo, para este caso es del 28,45%.

Si se comparan los tres escenarios (fondos accionarios) para una ganancia común, 115%, se observa que la cartera que se forma con el conjunto de acciones que conforman el Top 18 posee menor riesgo que las conformadas por el Análisis Discriminante y el IBC. Para estos casos el riesgo asociado a cada cartera es del 5,49%, 6,82% y 6,33% respectivamente.

## 5) Conclusiones

Como se sabe, la Bolsa de Valores de Caracas registró el mayor crecimiento en el mundo durante el 2003 (tendencia seguida por las bolsas de valores más importantes del mundo, aunque sus rendimientos positivos fueron decididamente inferiores). De acuerdo a los expertos

esto se debe al control cambiario existente en el país, ya que las personas y empresas ven a la bolsa como una de las vías para poder acceder a las divisas. Todo lo anterior explica en gran medida las diferencias existentes entre las carteras del año 2002 y 2003. Los rendimientos esperados para las primeras, se encuentran acotados entre 31,2% y 90%; mientras los portafolios del 2003 presentan rendimientos superiores al 79%.

De acuerdo a los resultados arrojados para el año 2003 (sin la presencia del activo libre de riesgo), los mejores portafolios son los conformados por las acciones que componen el Top 18. Estos portafolios ofrecen para cualquier rendimiento el menor riesgo, en comparación con los otros dos modelos.

Los portafolios generados por el Top 18 son una buena inversión para cualquier tipo de inversionista, ya sea adverso, moderado o amante del riesgo. Sin embargo, para un inversionista que conozca el mercado nacional, éste preferiría que sus carteras estuvieran conformadas solo por las acciones que componen el IBC, ya que el Índice Bursátil Caracas lo conforman los 16 títulos de mayor capitalización y mayor liquidez en el mercado accionario venezolano. Por lo tanto, para este tipo de inversionista sería aconsejable invertir en los portafolios conformados por el Análisis Discriminante y el IBC que contienen exclusivamente títulos que definen dicho índice bursátil.

De acuerdo a los resultados obtenidos, el mejor fondo mutual es el generado por el Top 18, ya que este ofrece para cada una de las ganancias objetivo, el menor riesgo en comparación con los otros dos modelos.

Todo inversionista desea obtener el mejor intercambio entre el riesgo y la ganancia. Este objetivo se alcanza por medio de la cartera riesgosa óptima; de las tres opciones la mejor es la ofrecida por el Top 18, ya que posee un mayor rendimiento y un menor riesgo en contraste con los otros dos modelos o escenarios planteados, los cuales ofrecen menor rendimiento y mayor riesgo.

Todas las personas no poseen las mismas expectativas de inversión, por ello es de gran utilidad la frontera eficiente, ya que con ésta se selecciona la cartera óptima de inversión para cualquier tipo de inversionista. Lo único necesario es conocer las curvas de indiferencia (preferencias del inversionista) y ubicar cada una de ellas en la frontera y de allí seleccionar el portafolio que se ajuste mejor a los objetivos de inversión del inversionista.

## 6) Agradecimiento

La realización de este proyecto identificado con el código de referencia I-761-04-09-F no hubiese sido posible sin la valiosa colaboración y ayuda financiera prestada por el Consejo de Desarrollo Científico, Humanístico y Tecnológico de la Universidad de Los Andes (C.D.C.H.T) que fomenta e impulsa el desarrollo de la investigación dentro del ámbito universitario de nuestra Ilustre Casa de Estudios.

## 7) Referencias Bibliográficas

- [1] Bolsa de Valores de Caracas. Disponible: [www.caracasstock.com](http://www.caracasstock.com)
- [2] Fred Weston J. y Thomas Copeland. Teoría de la cartera: Toma de Decisiones en Incertidumbre, Finanzas en administración, Mc-Graw-Hill, Octava Edición.
- [3] Mackay Shields Llc. Modern Portfolio Theory. Disponible: [www.nylim.com/managedaccounts/20030414170052\\_145kb\\_410aFinalMPT\\_ModernPortfolioTheory.pdf](http://www.nylim.com/managedaccounts/20030414170052_145kb_410aFinalMPT_ModernPortfolioTheory.pdf)
- [4] R.E Bailey. Portfolio Selection: The Mean-Variance Model. Disponible: [www.courses.essex.ac.uk/ec/ec371/fb04.pdf](http://www.courses.essex.ac.uk/ec/ec371/fb04.pdf)
- [5] Steinbach Marc C. Markowitz Revisited: Mean-Variance Models in Financial Portfolio Analysis. Disponible: [www.fiquam.polytechnique.fr/gt2002/mv.pdf](http://www.fiquam.polytechnique.fr/gt2002/mv.pdf)
- [6] Wan Siaw-Peng. Chapter 5 Modern Portfolio Theory. Disponible: [www.ifa.com/Media/Images/PDF%20files/MPTTextbook.pdf](http://www.ifa.com/Media/Images/PDF%20files/MPTTextbook.pdf)